

8.  $(-2)^2 = 4 \Rightarrow -3 < 5$

önermesinin karşıtı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-2)^2 \neq 4 \Rightarrow -3 > 5$     B)  $(-2)^2 \neq 4 \Rightarrow -3 \geq 5$   
 C)  $-3 < 5 \Rightarrow (-2)^2 = 4$     D)  $-3 \geq 5 \Rightarrow (-2)^2 \neq 4$   
 E)  $-3 \leq 5 \Rightarrow (-2)^2 = 4$

9.  $4 + 3 < 9 \Rightarrow 2$  asal değildir"

önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) "2 asal değil  $\Rightarrow 4 + 3 < 9$ "  
 B) "2 asal  $\Rightarrow 4 + 3 \geq 9$ "  
 C) " $4 + 3 \neq 9 \Rightarrow 2$  asaldır."  
 D) " $4 + 3 \geq 9 \Rightarrow 2$  asaldır"  
 E) " $4 + 3 = 9 \Rightarrow 2$  asaldır"

10.  $(-2)^3 = -64 \Rightarrow 5 > 1$

önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $5 > 1 \Rightarrow (-2)^3 = -64$   
 B)  $5 \leq 1 \Rightarrow (-2)^3 \neq -64$   
 C)  $5 \neq 1 \Rightarrow (-2)^3 > -64$   
 D)  $(-2)^3 \neq -64 \Rightarrow 5 < 1$   
 E)  $(-2)^3 \neq -64 \Rightarrow 5 \leq 1$

11. " $\exists x \in \mathbb{Z}$ , için  $4x + 1 = 5$ " dir

açık önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) " $\exists x \in \mathbb{Z}$ , için  $4x + 1 \neq 5$ "  
 B) " $\exists x \in \mathbb{Z}$ , için  $4x + 1 \geq 5$ "  
 C) " $\exists x \in \mathbb{Z}$ , için  $4x + 1 \leq 5$ "  
 D) " $\forall x \in \mathbb{Z}$ , için  $4x + 1 \leq 5$ "  
 E) " $\forall x \in \mathbb{Z}$ , için  $4x + 1 \neq 5$ "

12. Aşağıdakilerden hangisi açık önermedir?

- A)  $2 < 3$                       B)  $2 - 5 \neq -3$                       C)  $1 \Rightarrow 0$   
 D)  $0 \Leftrightarrow 0$                       E)  $3x - 1 = 4$

13.  $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$

önermesine göre aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A)  $r \Leftrightarrow q$                       B)  $p \Leftrightarrow q$                       C)  $r \Leftrightarrow p$   
 D)  $q \Rightarrow p$                       E)  $r \Rightarrow p$

1. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A)  $x > 1 \Rightarrow \frac{1}{x} < 1$   
 B)  $y = 5 \Rightarrow y^2 = 25$   
 C)  $x \cdot y < 0 \Rightarrow x > 0$  ve  $y > 0$   
 D)  $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$  veya  $x = -3$   
 E)  $x < 0 \Rightarrow x^3 < 0$

2.  $[p \vee (1 \wedge p')] \wedge (q \wedge q')$   
 önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1                      B) 0                      C) p  
 D)  $p'$                       E)  $p' \vee q'$

3.  $(p' \wedge q) \Rightarrow q$   
 önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0              B) p              C)  $q'$               D) 1              E) q

4.  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$   
 önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p              B) q              C)  $p'$               D) 1              E) 0

5.  $(q \Rightarrow r) \wedge (p' \vee p) \equiv 0$  ise  
 $(q' \vee p \vee r')$  önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $q'$               B) r              C) p              D) 0              E) 1

6.  $(p' \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$   
 önermesi yanlış ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $p \vee q \vee r$                       B)  $q' \Rightarrow (p \vee r)$   
 C)  $q \vee (p \wedge r)$                       D)  $(p \vee q) \wedge r$   
 E)  $(p \wedge r)' \vee q$

7.  $(p \vee q') \Rightarrow (p \vee q)'$   
 önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $p \wedge q$               B)  $p \wedge q'$               C)  $p' \vee q$   
 D)  $p'$                       E)  $q'$

8.  $[p \vee (q' \wedge r)]' \wedge (q' \vee r')$   
 önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $p \vee q$               B)  $q \wedge r'$               C)  $p' \wedge r'$   
 D) 1                      E) 0

9.  $q \Rightarrow (p \vee q)$   
 önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p                      B) q                      C) 1  
 D) 0                      E)  $q \wedge p$

10.  $(p \Rightarrow q') \vee r$  önermesi yanlış ise

I.  $(p \wedge q') \vee (r \Rightarrow p)$

II.  $(p \Leftrightarrow r) \wedge (q \vee r)$

III.  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

IV.  $(p' \Leftrightarrow r)' \vee r'$

V.  $(p \vee q) \wedge r$

önermelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

11.  $(p' \vee q)' \wedge (r \vee q)' \equiv 1$  ise

$(p \vee r)' \vee (r' \wedge p)$  önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $p \wedge q$       B)  $r \wedge q$       C)  $(p \vee r)'$   
D)  $p \wedge (r \vee q)'$       E)  $q \wedge (p \vee r)'$

12.  $[(\exists x, x^2 - x > 5) \wedge (\forall x, x \geq 7)]'$

önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[(\forall x, x^2 - x \leq 5) \wedge (\exists x, x < 7)]$   
B)  $[(\forall x, x^2 - x \leq 5) \vee (\exists x, x < 7)]$   
C)  $[(\exists x, x^2 - x < 5) \vee (\forall x, x < 7)]$   
D)  $[(\exists x, x^2 - x > 5) \wedge (\forall x, x < 7)]$   
E)  $[(\forall x, x^2 - x < 5) \vee (\exists x, x > 7)]$

13. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

A)  $[(x = 2) \wedge (y = 4)] \Rightarrow x.y = 8$

B)  $[(x = 3) \vee (y = -7)] \Rightarrow (x - 3)(y + 7) = 0$

C)  $[(x = 6) \vee (y = 3)] \Rightarrow x.y = 18$

D)  $[(x - 2)(y + 3) \neq 0] \Rightarrow [(x \neq 2) \wedge (y \neq -3)]$

E)  $(x^2 - 25 = 0) \Rightarrow [(x = 5) \vee (x = -5)]$

14.  $[(q' \vee r) \wedge p']'$

önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $q' \vee p$       B)  $(r \wedge p)'$   
C)  $(q' \vee p) \wedge (r \wedge p')$       D)  $(q \vee p') \wedge r$   
E)  $(q \vee p) \wedge (r \wedge p)'$

15.  $(p \wedge q') \Rightarrow (r \Rightarrow s) \equiv 0$  ise

$p, q, r, s$  önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 0, 0      B) 1, 0, 1, 0      C) 0, 1, 1, 0  
D) 0, 0, 1, 1      E) 1, 1, 1, 0

## KONU TESTİ - 3 (ÇIKMIŞ SORULAR)

1. p, q ve r önermeleri için

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$$

önermesinin yanlış olduğu biliniyor.

**Buna göre,**

- I.  $p \Rightarrow q$
- II.  $q \Rightarrow r$
- III.  $r \Rightarrow p$

**önermelerinden hangileri her zaman doğrudur?**

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve III      E) II ve III

2017 - LYS

2. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır.

**İddia:**  $\pi$  sayısı e sayısına eşittir.

**Öğrencinin ispatı:**  $x > 0$  için  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları  $f(x) = \ln(\pi x)$  ve  $g(x) = \ln(ex)$  olarak tanımlansın.

- I. Her  $x > 0$  için  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının türevleri birbirine eşittir.
- II. Dolayısıyla her  $x > 0$  için  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları birbirine eşittir.
- III.  $\ln(x)$  fonksiyonu bire bir ve  $f(x) = g(x)$  olduğundan her  $x > 0$  için  $\pi x = ex$  olduğu sonucuna varılır.
- IV. Eğer iki fonksiyon her  $x > 0$  için birbirine eşitse, bu fonksiyonların  $x = 1$ 'deki değerleri aynıdır.
- V.  $\pi x$  ve  $ex$  fonksiyonlarının  $x = 1$ 'deki değerleri aynı olduğu için  $\pi = e$  olduğu sonucuna varılır.

**Bu öğrenci, numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?**

- A) I      B) II      C) III      D) IV      E) V

2017 - LYS

- 3.
- $p : x = 0$

$$q : y = 0$$

önermeleri veriliyor.

**Buna göre, x ve y gerçel sayıları için**

- I.  $x \cdot y = 0$
- II.  $x + y = 0$
- III.  $x^2 + y^2 = 0$

**önermelerinden hangileri  $p \wedge q$  önermesine denktir?**

- A) Yalnız II      B) Yalnız III      C) I ve II  
D) I ve III      E) II ve III

2015 - YGS

- 4.
- $p : \sqrt{3} + \sqrt{5} = 8$

$$q : \sqrt{5} - \sqrt{3} = 2$$

$$r : \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

**Buna göre aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi doğrudur?**

- A)  $p \wedge (r \vee q)$       B)  $(p \vee q) \wedge r$   
C)  $r \Rightarrow (p \wedge q)$       D)  $p \vee (r \Rightarrow q)$   
E)  $p \Rightarrow (q \wedge r)$

2013 - YGS

5. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır.

**İddia:**  $f : X \rightarrow Y$  bir fonksiyon, A ve B kümeleri X'in birer alt kümesi olmak üzere

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)'dir.$$

**Öğrencinin ispatı:**  $f(A \cap B)$  ve  $f(A) \cap f(B)$  kümelerinin birbirlerinin alt kümeleri olduğunu gösterirsem ispat biter.

Şimdi  $c \in f(A \cap B)$  alalım.

I.  $c = f(d)$  olacak biçimde bir  $d \in A \cap B$  vardır.

II.  $d \in A$  ve  $d \in B$  olduğundan  $f(d) \in f(A)$  ve  $f(d) \in f(B)$ 'dir. Böylece  $c = f(d) \in f(A) \cap f(B)$  olur.

Diğer taraftan  $c \in f(A) \cap f(B)$  alalım.

III.  $c \in f(A)$  ve  $c \in f(B)$ 'dir. Buradan  $c = f(a)$  olacak biçimde bir  $a \in A$  ve  $c = f(b)$  olacak biçimde bir  $b \in B$  vardır.

IV.  $c = f(a)$  ve  $c = f(b)$  olduğundan  $a = b$ 'dir.

V.  $a \in A$ ,  $b \in B$  ve  $a = b$  olduğundan  $a \in A \cap B$  ve böylece  $c = f(a) \in f(A \cap B)$  elde edilir.

**Bu öğrenci numaralanmış adımların hangisinde hata yapmıştır?**

- A) I      B) II      C) III      D) IV      E) V

2014 - LYS

6. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır.

**İddia:** A, B, C herhangi kümeler olmak üzere,

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cap (A \setminus C)'dir.$$

**Öğrencinin ispatı:**

$A \setminus (B \cap C)$  kümesinin her elemanının

$(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$  kümesinde olduğunu gösterirsem ispat biter.

Şimdi,  $x \in A \setminus (B \cap C)$  alalım.

(I) Buradan  $x \in A$  ve  $x \notin (B \cap C)$  olur.

(II) Buradan  $x \in A$  ve  $(x \notin B$  ve  $x \notin C)$  olur.

(III) Buradan  $(x \in A$  ve  $x \notin B)$  ve  $(x \in A$  ve  $x \notin C)$  olur.

(IV) Buradan  $x \in A \setminus B$  ve  $x \in A \setminus C$  olur.

(V) Buradan  $x \in [(A \setminus B) \cap (A \setminus C)]$  olur.

**Bu öğrenci, numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?**

- A) I      B) II      C) III      D) IV      E) V

2012 - LYS

7.  $p : a = 0$

$$q : a + b = 0$$

$$r : a \cdot b = 0$$

önergeleri veriliyor.

**Buna göre, aşağıdaki koşullu önergelerden hangisi doğrudur?**

A)  $r \Rightarrow p$       B)  $p \Rightarrow r$       C)  $q \Rightarrow p$

D)  $p \Rightarrow q$       E)  $q \Rightarrow r$

2011 - YGS

8.  $p, q$  ve  $r$  önergelerinin değılleri sırasıyla  $p', q', r'$  ile gösterildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi

$$p \vee q \Rightarrow q \wedge r$$

**öngemesine denktir?**

A)  $p' \wedge q' \Rightarrow q' \vee r'$       B)  $p' \wedge q' \Rightarrow q' \wedge r'$

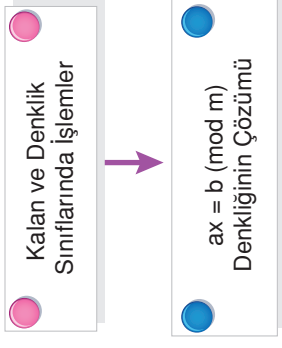
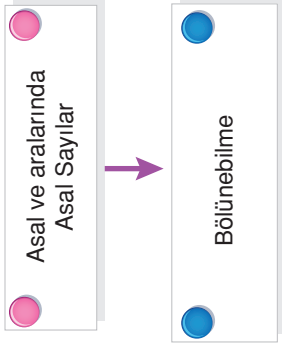
C)  $p' \vee q' \Rightarrow q' \wedge r'$       D)  $q' \wedge r' \Rightarrow p' \vee q'$

E)  $q' \vee r' \Rightarrow p' \wedge q'$

2010 - YGS

## AKILLI HARİTAM

### BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER ARİTMETİK



**ASAL VE ARALARINDA ASAL SAYILAR**

YGS Kitabında tanımlarını verdiğimiz bu önemli kavramları bu konuda tekrar kullanacağımız için bir kere daha hatırlatacağız.

- 1 ve kendinden başka çarpanı olmayan pozitif tam sayılara **Asal (Temel) Sayılar** denir.  
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...  
Yegâne çift asal sayı 2 dir.
- 1 den başka ortak çarpanları olmayan yani OBEB leri 1 olan sayılara **Aralarında Asal Sayı** denir. Tüm asal sayılar aralarında asaldır. Ancak iki sayının aralarında asal olması için bu sayıların asal olması gerekmez. Meselâ 4 ve 9 sayıları asal değil ama aralarında asaldır. 1 her sayı ile aralarında asaldır.

**Örnek**

36 nın aralarında asal çarpanlarını bulalım.

	36	
1	36	Aralarında asal
2	18	Aralarında asal değil
3	12	Aralarında asal değil
4	9	Aralarında asal
6	6	Aralarında asal değil

**BÖLÜNEBİLME KURALLARI**

Bu bölümde önce temel bölünebilme, sonra genel bölünebilme kurallarını inceleyeceğiz. Temel bölünebilme kurallarını verirken hem tam bölünebilme, hem de tam bölünemiyorsa, kalan bulma yöntemleri verilecektir.

**2 ile Bölünebilme**

Birler basamağı çift olan sayılar 2 ile tam bölünür. Tek olan sayıların 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

1876 → 2 ile tam bölünür.

975 → 2 ile bölümünden kalan 1 dir.

**3 ile Bölünebilme**

Rakamları toplamının 3 e bölümünden kalan, sayının 3 ile bölümünden kalanı verir.

O halde rakamları toplamı 3 ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünür.

1876 → 3 ile bölümünden kalan 1 dir.

975 → 3 ile tam bölünür.

## BÖLÜNEBİLME VE MODÜLER ARİTMETİK

**4 ile Bölünebilme**

Son iki basamağının 4 e bölümünden kalan, sayının 4 ile bölümünden kalanı verir.

O halde son iki basamağı 00 veya 4 ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünebilir.

1876 → 4 ile tam bölünür.

975 → 4 ile bölümünden kalan 3 dür..

**5 ile Bölünebilme**

Birler basamağının 5 e bölümünden kalan, sayının 5 ile bölümünden kalanı verir.

O halde birler basamağı 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünür.

1876 → 5 ile bölümünden kalan 1 dir.

975 → 5 ile tam bölünür.

**6 ile Bölünebilme**

Hem 2 ile hem de 3 ile tam bölünen sayılar 6 ile tam bölünür. Tam bölünemiyorsa kalan bulma "genel bölünebilme" kuralında gösterilecektir.

1776 → 6 ile tam bölünür.

**7 ile Bölünebilme**

Sayının birler basamağından başlanarak sola doğru rakamların altına sırasıyla 1, 3, 2 yazılır. İlk üç basamak (+), sonraki üç basamak (-) işaretlenir ve aynı şekilde sola doğru devam edilir. Her rakam kendi altındaki sayı ile çarpılır ve işareti konularak hepsi toplanır. Sonucun 7 ile bölümünden kalan, sayının 7 ile bölümünden kalanı verir.

$$\begin{array}{r} \overline{-} \quad \overline{+} \\ 1876 = -1.1 + 8.2 + 7.3 + 6.1 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 1231 = 42 \text{ bulunur.} \end{array}$$

42, 7 ye tam bölündüğünde 1876 da 7 ye tam bölünür.

**8 ile Bölünebilme**

Son üç basamağının 8 e bölümünden kalan, sayının 8 ile bölümünden kalanı verir.

O halde son üç basamağı 000 veya 8 in katı olan sayılar 8 ile tam bölünür.

1876 → 8 ile bölümünden kalan 4 dür..

9016 → 8 ile tam bölünür.

**9 ile Bölünebilme**

Rakamları toplamının 9 a bölümünden kalan, sayının 9 ile bölümünden kalanı verir.

1876 → 9 ile bölümünden kalan 4 dür..

972 → 9 ile tam bölünür.



**10 ile Bölünebilme**

Birler basamağının 10 a bölümünden kalan, sayının 10 ile bölümünden kalanı verir.

O halde birler basamağı 0 olan sayılar 10 ile tam bölünür.

1876 → 10 ile bölümünden kalan 6 dır.

970 → 10 ile tam bölünür.

**11 ile Bölünebilme**

Sayının birler basamağından başlayarak ve birer basamak atlayarak rakamları işaretlenir. İşaretli rakamların toplamından işaretsiz rakamların toplamı çıkarılır. Sonucun 11 ile bölümünden kalan, sayının 11 ile bölümünden kalanı verir.

$\overset{\cdot}{1}\overset{\cdot}{8}\overset{\cdot}{7}\overset{\cdot}{6} \rightarrow (8 + 6) - (7 + 1) = 6$  olduğundan

1876 sayısının 11 e bölümünden kalan 6 dır.

$\overset{\cdot}{8}\overset{\cdot}{2}\overset{\cdot}{7}\overset{\cdot}{2} \rightarrow (2 + 2) - (8 + 7) = -11$  olduğundan

8272 sayısı 11 ile tam bölünür.

**Örnek**

17136 sayısının 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11 ile bölümünden kalanları bulalım.

- Birler basamağı çift olduğundan 2 ile tam bölünür.
- Rakamları toplamı  $1 + 7 + 1 + 3 + 6 = 18$  olduğundan 3 ile tam bölünür.
- Son iki basamağı (36) 4 ile tam bölündüğünden 17136 4 ile tam bölünür.
- Birler basamağı 6 olduğundan 5 ile bölümünden kalan 1 dir.
- Hem 2 ile hemde 3 ile tam bölündüğünden 6 ile tam bölünür.
- Son üç basamağı (136) 8 ile tam bölündüğünden 17136 da 8 ile tam bölünür
- Rakamları toplamı 18 olduğundan 9 ile tam bölünür.
- Birler basamağı 6 olduğundan 10 ile bölümünden kalan 6 dır.
- $\overset{\cdot}{1}\overset{\cdot}{7}\overset{\cdot}{1}\overset{\cdot}{3}\overset{\cdot}{6} \rightarrow (1 + 1 + 6) - (7 + 3) = -2$  olduğundan 11 ile bölümünden kalan 9 dur.

**Kendini Dene**

27612 sayısının 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ile bölümünden kalanları bulunuz.

**GENEL BÖLÜNEBİLME KURALI**

A doğal sayısının aralarında asal (ortak çarpanları olmayan) x ve y gibi iki doğal sayının herbirine bölümünden kalanlar birbirine eşit ise A'nın x.y çarpımına da bölümünden kalan aynıdır.

Bu teoremin tersi de doğrudur.

$$\begin{array}{l} A \\ \hline K \end{array} \Big| x \quad \text{ve} \quad \begin{array}{l} A \\ \hline K \end{array} \Big| y \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} A \\ \vdots \\ \hline K \end{array} \Big| x.y$$

x ile y aralarında asal değilse

$$\begin{array}{l} A \\ \hline K \end{array} \Big| \text{OKEK}(x,y)$$

**Örnek**

(41x) üç basamaklı sayısının 10 ile bölümünden kalan 2 ise,

**9 ile bölümünden kalan kaçtır?**

**Çözüm**

10 ile bölümünden kalan 2 ise sayının birler basamağı 2 dir. O halde 412 sayısının rakamları toplamı 7 olduğundan 9 ile bölümünden kalan 7 dir.

**Örnek**

**(5a0b) dört basamaklı sayısı 36 ile tam bölündüğüne göre a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

**Çözüm**

36 ile tam bölünmesi için 4 ve 9 ile tam bölünmesi gerekir. 4 ile tam bölünmesi için son iki basamağının 4 ile tam bölünmesi gerekir.

O halde sayı (5a00), (5a04) ve (5a08) şeklindedir.

9 ile tam bölünmesi için

$$(5a00) \Rightarrow a + 5 = 9k_1 \Rightarrow a = 4$$

$$(5a04) \Rightarrow a + 9 = 9k_2 \Rightarrow a = 0 \text{ veya } 9$$

$$(5a08) \Rightarrow a + 13 = 9k_3 \Rightarrow a = 5 \text{ bulunur.}$$

a'nın alabileceği değerler toplamı 18 dir.

Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

- 1) 4275 in 3 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 2) 7240 in 4 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 3) 3859 un 5 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 4) 2741 in 6 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 5) 11808 in 8 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 6) 12751 in 9 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 7) Dört basamaklı  $(2a7a)$  sayısı 9 ile tam bölünüyorsa  $a$  nın alabileceği değerler ..... dir.
- 8) Dört basamaklı  $(4a1b)$  sayısının 36 ile bölümünden kalan 3 ise  $a = \dots\dots\dots$   $b = \dots\dots\dots$  dir.
- 9) Dört basamaklı  $(4a1b)$  sayısının 36 ile bölümünden kalan 23 ise  $a = \dots\dots\dots$   $b = \dots\dots\dots$  dir.
- 10) 19 basamaklı  $222\dots\dots3$  sayısının 5 ile bölümünden kalan  $x$ , 3 ile bölümünden kalan  $y$  ve 15 ile bölümünden kalan  $z$  ise  $x + y + z = \dots\dots\dots$  dir.

1.  $(3a7b)$  sayısının 4 ile bölümünden kalan 3 dür.  
**Bu sayı 9 a tam bölündüğüne göre a nın en büyük değeri kaçtır?**  
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
2.  $(67ab)$  sayısının 5 ile bölümünden kalan 4, 3 ile bölümünden kalan 1 ise  
**bu sayının en küçük değerinin 8 ile bölümünden kalan kaçtır?**  
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2
3.  $(7x8y)$  dört basamaklı sayısı 9 ile tam bölünebilmektedir.  
 **$(xy)$  iki basamaklı sayısının en büyük ve en küçük değerlerinin farkı kaçtır?**  
A) 81 B) 79 C) 75 D) 70 E) 63
4.  $(92x0)$  sayısı 4 ile tam bölünüyor. 9 ile bölümünden kalan 1 olmaktadır.  
**Buna göre x kaçtır?**  
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
5. 14 basamaklı  $1717.....17$  sayısının 4 ile bölümünden kalan x, 9 ile bölümünden kalan y ise  
**x + y kaçtır?**  
A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 10
6. **15 basamaklı  $(xxx.....x)$  sayısı 9 ile tam bölünüyorsa x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**  
A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 9
7. 4 basamaklı  $(37a4)$  sayısı 24 ile tam bölünüyorsa  
**a kaçtır?**  
A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 8
8. 4 basamaklı  $(a38b)$  sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre **a + b kaçtır?**  
A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) 12
9. 4 basamaklı  $(x4yx)$  sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 dir.  
**Bu sayı 36 ile tam bölündüğüne göre x + y kaçtır?**  
A) 10 B) 9 C) 6 D) 5 E) 3
10. **6 ve 9 ile tam bölünebilen kaç tane 2 basamaklı doğal sayı vardır?**  
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8
11. **4 ile bölündüğünde 3 kalanını ve 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren en büyük üç basamaklı sayının rakamları toplamı kaçtır?**  
A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24
12. 4 basamaklı  $(a12b)$  sayısının 90 ile bölümünden kalan 42 ise a + b kaçtır?  
A) 8 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2
13.  $(2a7b)$  sayısının 30 ile bölümünden kalan 2 ise **a + b nin alabileceği kaç farklı değer vardır?**  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
14.  $(1a9b)$  sayısının 45 ile bölümünden kalan 25 ise **a + b kaçtır?**  
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
15. **[25, 217] aralığında kaç tane 12 ve 15 ile tam bölünebilen doğal sayı vardır?**  
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1. Son iki basamağının 4 ile bölümünden kalan 3 olmalıdır. O halde sayılar (3a71), (3a75), (3a79) dur. 9 ile tam bölündüğüne göre
- $$(3a71) \rightarrow a + 11 = 9k_1 \Rightarrow a = 7$$
- $$(3a75) \rightarrow a + 15 = 9k_2 \Rightarrow a = 3$$
- $$(3a79) \rightarrow a + 19 = 9k_3 \Rightarrow a = 8 \text{ bulunur.}$$
- a'nın en büyük değeri 8 dir.

YANIT D

2. 5 ile bölümünden kalan 4 ise sayı (67a4) veya (67a9) dur. 3 ile bölümünden kalan 1 ise
- $$a + 17 = 3k_1 + 1 \Rightarrow a + 16 = 3k_1 \Rightarrow a = 2, 5, 8 \text{ olabilir.}$$
- $$a + 22 = 3k_2 + 1 \Rightarrow a + 21 = 3k_2 \Rightarrow a = 0, 3, 6, 9 \text{ olabilir.}$$
- Sayının en küçük değeri 6709 dur. Son üç basamağı 709 olduğundan

$$\begin{array}{r} 709 \overline{) 8} \\ \underline{\phantom{0}8} \\ 0 \end{array}$$

olduğundan 6709 un 8 ile bölümünden kalan 5 dir.

YANIT B

3. Rakamları toplamı 9 ile tam bölünmelidir.  $x + y + 15 = 9k$  olmalı. O halde  $x + y = 3$  veya  $x + y = 12$  olabilir.
- En küçük (xy) :  $x + y = 3$   $x = 1$   
 $y = 2$  dir.
- En büyük (xy) :  $x + y = 12$   $x = 9$   
 $y = 3$  dür.
- $93 - 12 = 81$  bulunur.

YANIT A

4. 4 ile tam bölündüğüne göre
- 9200  $\rightarrow$  9 ile bölümünden kalan 2  
 9220  $\rightarrow$  9 ile bölümünden kalan 4  
 9240  $\rightarrow$  9 ile bölümünden kalan 6  
 9260  $\rightarrow$  9 ile bölümünden kalan 8  
 9280  $\rightarrow$  9 ile bölümünden kalan 1  
 $x = 8$  dir.

YANIT E

5. Son iki basamağı 17 olduğundan 4 ile bölümünden kalan  $x = 1$ , rakamları toplamı 56 olduğundan 9 ile bölümünden kalan  $y = 2$  dir.  $x + y = 3$  dür.

YANIT B

6. (xxxx.....x) sayısı 9 ile tam bölünüyorsa rakamları toplamı  $15x = 9k$  dir.

$$5x = 3k \text{ bulunur. } x \text{ in alabileceği değerler toplamı}$$

↓	↓	
3	5	18 dir.
6	10	
9	15	

YANIT A

7. (37a4) 24 ile tam bölünüyorsa 3 ve 8 ile tam bölünmelidir. 3 ile tam bölünmesi için  $a = 1, 4, 7$  olabilir.  $744:8$  ile tam bölündüğünden  $a = 4$  dür.

YANIT C

8. (a38b) 45 ile tam bölünüyorsa 5 ve 9 ile tam bölünmelidir. O halde  $b = 0$  veya 5 olabilir.

$$(a380) \rightarrow a + 11 = 9k \Rightarrow a = 7$$

$$(a385) \rightarrow a + 16 = 9k \Rightarrow a = 2 \text{ dir.}$$

YANIT C

9. (x4yx) sayısının 5 ile bölümünden kalan 2 ise sayı (24y2) veya (74y7) dir. (7ey7) sayısı 4 ile tam bölünmez. (25y2) 4 ve 9 ile tam bölünmeli (2412) bulunur.  $x + y = 3$  dür.

YANIT E

10. 6 ve 9 ile tam bölünüyorsa 6 ve 9 aralarında asal olmadığından EKOK larına da tam bölünür.  
EKOK(6, 9) = 18 olduğundan aranan sayılar = 18.k  
şeklindedir. ( $k \in \mathbb{N}$ ) 18, 36, 54, 72, 90 dir.

YANIT B

11. Aranan sayı  $x = 4a + 3 = 5b + 2$  dir.  
Her tarafa 13 eklersek  
 $x + 13 = 4a + 16 = 5b + 15$   
 $x + 13 = 4(a + 4) = 5(b + 3)$  dür.  
 $x + 13 = 20 \cdot k$  olur.  
 $k = 50$  için  $x + 13 = 1000$   
 $x = 987$  bulunur.

YANIT E

12.  $(a12b) = 90.k + 42$  dir. 42 nin 10 ile bölümünden kalan 2 olduğundan  $(a122)$  dir ve 42 nin 9 ile bölümünden kalan 6 olduğundan  $a + 5 = 9k + 6$  dir.  
 $a = 9k + 1$   $a = 1$  dir.  
 $a + b = 3$  dür.

YANIT D

13. Genel bölünebilme kuralına göre 30 ile bölümünden kalan 2 ise, 30 un aralarında asal iki çarpanı 3 ve 10 ile bölümünden kalan 2 olmalıdır. O halde sayı  $(2a72)$  dir.  
 $a + 11 = 3k + 2 \Rightarrow a + 9 = 3k$   
 $a = 0, 3, 6, 9$  olabilir. 4 farklı değer olabilir.

YANIT D

14. 25, 45 in aralarında asal iki çarpanından (5 ve 9) daha büyük olduğu için bir önceki problemdeki çözüm tekniğini uygulayamayız.

$$(1a9b) = 45k + 25 \text{ olmalıdır.}$$

45, 5 ve 9 ile tam bölündüğünden 25 in 5 ve 9 ile bölümünden kalanları bulmak gerekir.

$$5 \text{ ile bölümünden kalan} = 0$$

$$9 \text{ ile bölümünden kalan} = 7 \text{ dir.}$$

O halde  $(1a90)$  ve  $(1a95)$  şeklindedir.

$$(1a90) \Rightarrow a + 10 = 9k_1 + 7 \Rightarrow a + 3 = 9k_1$$

$$a = 6$$

$$(1a95) \Rightarrow a + 15 = 9k_2 + 7 \Rightarrow a + 8 = 9k_2$$

$$a = 1$$

Her iki durumda da  $a + b = 6$  dir.

YANIT A

15. Bir sayının 12 ve 15 ile tam bölünmesi için 12 ile 15 OKEK'ine yani 60 a tam bölünmesi gerekir.  
O halde bu aralıkta 60, 120, 180 olmak üzere üç tane doğal sayı vardır.

$$\begin{array}{r} 217 \quad 60 \\ -180 \quad 3 \\ \hline 37 \end{array} \text{ olarakta bulunabilir.}$$

YANIT A

1. 2820435 sayısının 4 ile bölümünden kalan a, 9 ile bölümünden kalan b ise  
**a + b kaçtır?**
- A) 10    B) 9    C) 6    D) 5    E) 4
2. 4827946 sayısının 10 ile bölümünden kalan a, 5 ile bölümünden kalan b ise  
**a . b kaçtır?**
- A) 12    B) 9    C) 6    D) 5    E) 4
3. (25a680) altı basamaklı doğal sayısı 11 ile tam bölündüğüne göre **a kaçtır?**
- A) 1    B) 2    C) 5    D) 6    E) 8
4. (ab) iki basamaklı doğal sayısının 10 ile bölümünden kalan 4 ve 3 ile tam bölünüyorsa a yerine gelebilecek rakamların toplamı kaçtır?
- A) 7    B) 10    C) 13    D) 14    E) 15
5. (5A9A) dört basamaklı sayısı 6 ile kalansız bölünüyor.  
**Buna göre A en çok kaç farklı değer alır?**
- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5
6. (45a2b) beş basamaklı sayısının 10 ile bölümünden kalan 3 tür.  
**Bu sayı 3 ile tam bölünebildiğine göre a yerine gelebilecek sayıların toplamı kaçtır?**
- A) 16    B) 15    C) 14    D) 12    E) 9
7. (2ab) üç basamaklı bir çift sayıdır.  
**Bu sayının 5 ile bölümünden kalan 2, 9 ile bölümünden kalan 1 ise a kaçtır?**
- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7
8. (73a5b8) altı basamaklı doğal sayısının 11 ile bölümünden kalan 6 ise **9 ile bölümünden kalan kaçtır?**
- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8
9. (4A3B) dört basamaklı doğal sayısının 5 ile bölümünden kalan 3, 9 ile bölümünden kalan 2 ise **A'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**
- A) 2    B) 3    C) 4    D) 6    E) 7

10.  $x < y$  olmak üzere  $(x5y)$  üç basamaklı doğal sayısı 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren bir tek sayıdır.

Bu sayı 3 ile tam bölünebildiğine göre  $x$  yerine yazılabilecek kaç farklı rakam vardır?

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

11.  $a < b$  ve  $a + b = 9$  koşullarını sağlayan  $(12ab)$  dört basamaklı sayısı, 4 ile tam bölünebildiğine göre bölüm aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 307      B) 309      C) 312  
D) 316      E) 318

12. Rakamları farklı, 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veren üç basamaklı en büyük sayı ile rakamları farklı 3 ile bölündüğünde 1 kalanını veren üç basamaklı en küçük sayının toplamı kaçtır?

- A) 1099      B) 1089      C) 1084  
D) 999      E) 994

13.  $a \neq b \neq c \neq 0$  olmak üzere  $(abc)$  üç basamaklı doğal sayısının 4 ile tam bölünebilen en büyük değeri ve 3 ile tam bölünebilen en küçük değerinin toplamı kaçtır?

- A) 1109      B) 1107      C) 1088  
D) 1086      E) 1017

14.  $(a42b6)$  beş basamaklı doğal sayısı 3 ve 11 ile tam bölünmektedir.

Buna göre  $a + b$  toplamının alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 27      B) 18      C) 12      D) 9      E) 6

15.  $(7a63b)$  beş basamaklı doğal sayısının 4 ile bölünmünden kalan 3 ise  $a + b$  toplamı en az kaçtır?

- A) 1      B) 3      C) 5      D) 6      E) 8

16.  $(81ab)$  sayısı 5 ile bölündüğünde 2 kalanını vermekte ve 12 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre  $a$  nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 8      B) 12      C) 15      D) 18      E) 23

17.  $(38a7b)$  beş basamaklı doğal sayısı 9 ile tam bölünebilmekte ve 4 ile bölündüğünde 1 kalanını vermektedir.

Buna göre  $a$  nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12



1.  $(a4b)$  üç basamaklı sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre **a** nın alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?
- A) 16      B) 14      C) 12      D) 10      E) 9
2.  $(3x5y)$  dört basamaklı sayısı 12 ile tam bölündüğüne göre **bu sayının alabileceği en büyük değer**in rakamları toplamı kaçtır?
- A) 15      B) 18      C) 21      D) 24      E) 27
3. Üç basamaklı, rakamları farklı  $(xyz)$  doğal sayısı 15 ile tam bölünebilmektedir.  **$(xyz)$  sayısı 10 ile tam bölünemediğine göre  $x + y$  aşağıdakilerden hangisi olamaz?**
- A) 1      B) 7      C) 13      D) 15      E) 16
4.  $(5ab2)$  dört basamaklı doğal sayısı 36 ile tam bölünemediğine göre **a . b nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**
- A) 18      B) 20      C) 24      D) 28      E) 30
5.  $(73ab)$  dört basamaklı doğal sayısının 20 ile tam bölünebilmesi için **a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?**
- A) 13      B) 10      C) 8      D) 7      E) 5
6. a ve b,  $a > b$  koşuluna uyan ardışık iki rakamdır.  $(abc)$  üç basamaklı doğal sayısı 20 ile tam bölündüğüne göre **a.b nin en büyük değeri kaçtır?**
- A) 6      B) 20      C) 30      D) 72      E) 98
7. **22 sayısının 22 defa yanyana yazılması ile oluşan  $A = 2222 \dots 22$  sayısının 36 ile bölümünden kalan kaçtır?**
- A) 18      B) 24      C) 28      D) 30      E) 34
8. 15 basamaklı  $(444 \dots 4a5b)$  sayısının 45 ile bölümünden kalan 2 ise **a + b toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?**
- A) 3      B) 4      C) 6      D) 12      E) 15
9. Beş basamaklı  $(2A57B)$  doğal sayısının 36 ile bölümünden kalan 15 ise **A + B toplamının alabileceği en büyük değer kaçtır?**
- A) 12      B) 10      C) 8      D) 3      E) 1
10.  $(6a2b)$  dört basamaklı doğal sayısının 18 ile bölümünden kalan 3 ise **a + b toplamı en az kaçtır?**
- A) 2      B) 4      C) 6      D) 13      E) 15

11.  $(2a4)$  üç basamaklı doğal sayısının 34 ile bölümünden kalan 30 ise **17 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

12.  $(x2xy)$  dört basamaklı doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} x2xy \overline{)45} \\ \underline{\phantom{x2xy}14} \\ \phantom{x2xy}14 \end{array}$$

yukarıdaki bölme işlemine göre  $x$  in alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 13 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

13.  $(7a34b)$  beş basamaklı doğal sayısının 55 ile bölümünden kalan 1 ise  **$a$  nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?**

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

14.  $(3xy)$  üç basamaklı doğal sayısı 15 ile bölündüğünde 1 kalanını vermektedir.

Buna göre  $x$  kaç farklı değer alır?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 4 E) 3

15.  $(2a4bc)$  beş basamaklı doğal sayısının 16 ile bölümünden kalan 2 ise  **$(7a9bc)$  beş basamaklı doğal sayısının 16 ile bölümünden kalan kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

- \*16.  $(xyxy)$  dört basamaklı doğal sayıdır.

$x + y = 9$  ise  $(xyxy)$  sayısı aşağıdakilerden hangisine daima tam bölünür?

A) 15 B) 18 C) 54 D) 303 E) 305

17. 5 ile bölündüğünde 1, 9 ile bölündüğünde 3 kalanını veren en küçük üç basamaklı doğal sayının rakamları toplamı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 8 D) 10 E) 13

18. 9 ve 12 ile tam bölünebilen 3 basamaklı kaç tane doğal sayı vardır?

A) 27 B) 26 C) 25 D) 24 E) 23

## MODÜLER ARİTMETİK

Tamsayıları bir  $m \in \mathbb{N}^+$  sayısına bölmekle elde edilen kalanların oluşturduğu kümeye kalan sınıfları kümesi denir ve  $\mathbb{Z}/m = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \dots, \overline{m-1}\}$  şeklinde gösterilir. Bu kümenin elemanlarının herbiride bir küme olup, denklik sınıfları kümesi denir. Örneğin

$$\mathbb{Z}/5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$$

$\bar{0} = \{\dots, -5, 0, 5, 10, \dots\}$	5 ile bölümünden kalan 0 olan sayılar
$\bar{1} = \{\dots, -4, 1, 6, 11, \dots\}$	5 ile bölümünden kalan 1 olan sayılar
$\bar{2} = \{\dots, -3, 2, 7, 12, \dots\}$	5 ile bölümünden kalan 2 olan sayılar
$\bar{3} = \{\dots, -2, 3, 8, 13, \dots\}$	5 ile bölümünden kalan 3 olan sayılar
$\bar{4} = \{\dots, -1, 4, 9, 14, \dots\}$	5 ile bölümünden kalan 4 olan sayılar

## Bilgi Kutusu

1)  $\mathbb{Z}/m$  kümesinde aynı denklik sınıfına ait iki tam sayı  $x$  ve  $y$  ise  $x \equiv y \pmod{m}$  şeklinde yazılır.

Örneğin:  $-4 \equiv 11 \pmod{5}$  ( $\bar{1}$  kümesinde)

$2 \equiv 27 \pmod{5}$  ( $\bar{2}$  kümesinde)

$-6 \equiv 14 \pmod{5}$  ( $\bar{4}$  kümesinde)

## SONUÇ:

- $x$  ve  $y$  tamsayıları  $m$  ile bölündüğünde aynı kalanı veriyorsa  $x \equiv y \pmod{m}$  dir.
- Yukarıdaki denklikte  $y < x$  ve  $y < m$  ise  $x$  i  $m$  ile böldüğümüzde kalan  $y$  dir diyebiliriz.

## Örnek

$$\begin{array}{r} 43 \mid 5 \\ \hline \textcircled{3} \end{array} \quad \begin{array}{r} 98 \mid 5 \\ \hline \textcircled{3} \end{array}$$

olduğundan  $43 \equiv 98 \pmod{5}$  yazılır.

$$\begin{array}{r} 102 \mid 7 \\ \hline \textcircled{4} \end{array}$$

olduğundan  $102 \equiv 4 \pmod{7}$  yazılır.

## ÖZELLİKLER:

$x, y, z, t \in \mathbb{Z}$  ve  $m \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere  
 $x \equiv y \pmod{m}$  ve  $z \equiv t \pmod{m}$  ise

- $x + z \equiv y + t \pmod{m}$
- $x \cdot z \equiv y \cdot t \pmod{m}$
- $k \cdot x \equiv k \cdot y \pmod{m}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )
- $x^n \equiv y^n \pmod{m}$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

## Örnek

$m > 10$  olmak üzere  
 $304 \equiv 4 \pmod{m}$  denkleğini sağlayan kaç tane  $m$  değeri vardır?

## Çözüm

$304 \equiv 4 \pmod{m} \Rightarrow 304 - 4 \equiv 4 - 4 \pmod{m}$   
 $300 \equiv 0 \pmod{m}$  bulunur. O halde 300,  $m$  ye tam bölünür. Yani  $m$ ; 300 ün pozitif bölenidir.  $300 = 3 \cdot 2^2 \cdot 5^2$  olduğundan  $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$  tane pozitif böleni vardır. Ancak  $m > 10$  olduğundan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10 olamaz. O halde  $18 - 7 = 11$  tane  $m$  değeri vardır.

## UYARI

modül 1 olabilir. Ancak tüm sayılar 1 e tam bölündüğünden ( $\pmod{1}$ ) de tüm tamsayılar birbirine denktir. Bu nedenle ( $\pmod{1}$ ) kullanılmaz.

## Kendini Dene

$50 \equiv 2 \pmod{m}$   
denkleğini sağlayan kaç tane  $m$  değeri vardır?

## Örnek

$47^{2012}$  sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

## Çözüm

$47 \equiv 2 \pmod{5}$  olduğundan  
soru  $2^{2012} \equiv x \pmod{5}$  ve  $x < 5$  dir.  
 $2 \equiv 2 \pmod{5}$   
 $2^2 \equiv 4 \pmod{5}$   
 $2^3 \equiv 3 \pmod{5}$   
 $2^4 \equiv 1 \pmod{5}$   
2 nin 4 ün katı olan kuvvetlerinde kalan 1 dir ve her dört adımda aynı kalanları tekrarlar. Bu nedenle 4 sayısına adım sayısı (periyod) denir.

$$\begin{array}{r} 2012 \quad | \quad 4 \\ - \quad \quad | \quad \quad \\ \hline 0 \end{array} \text{ olduğundan } 47^{2012} \equiv 1 \pmod{5} \text{ bulunur.}$$

## Örnek

$26^x \equiv 3 \pmod{7}$  denkleğini sağlayan iki basamaklı en küçük  $x$  doğal sayısı kaçtır?

## Çözüm

$26 \equiv 5 \pmod{7}$  olduğundan

$5^x \equiv 3 \pmod{7}$  şeklindedir.

$5 \equiv 5 \pmod{7}$

$5^2 \equiv 4 \pmod{7}$

$5^3 \equiv 6 \pmod{7}$

$5^4 \equiv 2 \pmod{7}$

$5^5 \equiv 3 \pmod{7}$

$5^6 \equiv 1$  dir. O halde  $5^x \equiv 3 \pmod{7}$  olabilmesi için  $x = 6k + 5$  ( $5^5 \equiv 3$  olduğundan) dir.

$k = 1$  için  $x = 11$  bulunur.

## UYARI

$x < m$ ,  $x$  ve  $m$  asal sayı ise

## Örnek

$x^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$  dir.

$2^2 \equiv 1 \pmod{3}$

$3^4 \equiv 1 \pmod{5}$

$5^6 \equiv 1 \pmod{7}$

$3^6 \equiv 1 \pmod{7}$  gibi.

## Örnek

Ali 6 günde bir, Murat 9 günde bir nöbet tutmaktadır. İki birlikte ilk nöbetlerini Pazar günü tuttuklarına göre **birlikte 9. nöbetlerini hangi gün tutarlar?**

## Çözüm

6 ile 9 un OKEK i olan günlerde birlikte nöbet tutarlar.  $OKEK(6, 9) = 18$  olduğundan 18 günde bir birlikte nöbet tutarlar. Birlikteki 9. nöbetlerine kadar  $8 \times 18 = 144$  gün geçer.

$$\begin{array}{r} 144 \quad 7 \\ - \quad 20 \\ \hline 4 \end{array}$$

Pazardan sonra 4. günde yani

Perşembe günü birlikte 9. nöbetlerini tutarlar.

## Örnek

$\mathbb{Z}/5$  de  $\overline{2x^2 + 3} = \overline{1}$  denklemini sağlayan  $x$  değerlerini bulunuz.

## Çözüm

$$\overline{2x^2 + 3} = \overline{1} \Rightarrow \overline{2x^2} = \overline{-2}$$

$\overline{2x^2} = \overline{3}$  dür.  $\mathbb{Z}/5$  de 2 nin çarpmaya göre tersi 3 olduğundan her iki tarafı 3 ile çarparsak

$6x^2 \equiv 9 \Rightarrow x^2 = 4$  dir.  $\mathbb{Z}/5$  de 4 ün karakökleri  $x = 2$  ve  $x = 3$  bulunur.

**a.x ≡ b (mod m) denkleğinin çözümü**

Bu denkleği sağlayan x değerlerinin bulunabilmesi için

EBOB(m, a) = t ise "t böler b" olması gerek ve yeter şarttır. Bu nedenle m ile a aralarında asal ise EBOB(m, a) = 1 olacağından 1 böler b ve denkleğın çözümü vardır. Örneğın

$4x \equiv 3 \pmod{6}$  denkleğinde EBOB(6, 4) = 2 dir. Ancak 2, 3'ü bölmez. Yani 3, 2'ye tam bölünmediğinden denkleği sağlayan x değeri yoktur.

**Örnek**

$$5x + 3 \equiv 3x + 2 \pmod{7}$$

denkleğini sağlayan en küçük iki pozitif x tamsayısının toplamı kaçtır?

**Çözüm**

$$5x + 3 \equiv 3x + 2 \pmod{7} \text{ ise}$$

$$2x \equiv -1 \pmod{7} \Rightarrow 2x \equiv 6 \pmod{7}$$

EBOB(2, 7) = 1 olduğundan çözüm vardır. Her iki tarafı 4 ile çarparsak

$$8x \equiv 24 \pmod{7}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7} \text{ olduğundan } x = 7k + 3 \text{ şeklindedir.}$$

k = 0 için x = 3 ve k = 1 için x = 10 olup toplamı 13 dır.

**Örnek**

$$2x \equiv -3x + 1 \pmod{4}$$

denkleğini sağlayan en küçük iki basamaklı x değeri kaçtır?

**Çözüm**

$$2x \equiv -3x + 1 \Rightarrow 5x \equiv 1 \pmod{4}$$

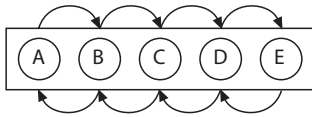
$$x \equiv 1 \pmod{4} \text{ olur. O halde}$$

$$x = 4k + 1 \text{ olur. } (k \in \mathbb{Z})$$

$$k = 3 \text{ için } x = 13 \text{ bulunur.}$$

**Örnek**

Aşağıda beş lambadan oluşan bir reklam panosu gösterilmiştir.



Panodaki lambalar A lambasından başlayarak soldan sağa doğru, E lambasından sonra ise sağdan sola doğru devamlı olarak yanıp sönmektedir. Örneğın, lambalar A-B-C-D-E-D-C-B... sırasında yanıp söndüğünden 7. sırada yanıp sönen lamba C lambasıdır.

**Buna göre, 2010. sırada yanıp sönen lamba hangisidir?**

- A) A      B) B      C) C      D) D      E) E

2010 - YGS

**Çözüm**

Lambaların yanma sıraları

$$A \quad B \quad C \quad D \quad E$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$$

$$9 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 6$$

$$10 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 13$$

$$17 \leftarrow 16 \leftarrow 15 \leftarrow 14$$

..... şeklinde

$$A \text{ lambası: } 8n + 1$$

$$B \text{ lambası: gidiş } \rightarrow 8n + 2$$

$$\text{dönüş } \rightarrow 8n$$

$$C \text{ lambası: } 4n + 3$$

$$D \text{ lambası: gidiş } \rightarrow 8n + 4$$

$$\text{dönüş } \rightarrow 8n + 6$$

E lambası:  $8n + 5$  şeklinde yanmaktadır. O halde

$$2010 \equiv x \pmod{8} \text{ dir.}$$

Burdan  $x = 2$  olduğundan B lambası yanar.

YANIT B

Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

- 1)  $5^{62}$  nin 7 ile bölümünden kalan ..... dir.
- 2)  $6^{43} \equiv x \pmod{9}$  denklemini sağlayan en büyük negatif  $x$  tamsayısı ..... dir.
- 3)  $3^{48}$  in birler basamağındaki rakam ..... dir.
- 4)  $3^{4n+1} \equiv x \pmod{5}$  denklemini sağlayan en küçük iki tamsayının toplamı ..... dir.
- 5)  $3^{68} + 5^{43}$  sayısının 7 ile bölümünden ..... dir.
- 6)  $Z/9$  kümesinde 2018 ..... denklik sınıfında bulunur.
- 7)  $Z/5$  kümesinde  $x^2 = \bar{1}$  denklemini sağlayan  $x$  değerleri ..... dir.
- 8)  $Z/8$  kümesinde  $3x^2 + 1 = 5$  denklemini sağlayan  $x$  değerleri ..... dir.
- 9)  $Z/7$  kümesinde  $(x + 4)(2x - 3) = 0$  denklemini sağlayan  $x$  değerleri ..... dir.
- 10)  $3x + 2 \equiv 6 \pmod{7}$  denklemini sağlayan en büyük iki basamaklı pozitif  $x$  tam sayısı ..... dir.
- 11)  $4x + 1 \equiv 3 \pmod{6}$  denklemini sağlayan en küçük iki pozitif  $x$  tamsayısının toplamı ..... dir.
- 11)  $4x + 1 \equiv 3 \pmod{6}$  denklemini sağlayan en küçük iki pozitif  $x$  tamsayısının toplamı ..... dir.
- 12) 3 günde bir nöbet tutan bir hemşire ilk nöbetini Pazar günü tuttuğuna göre 45. nöbetini ..... günü tutar..
- 13) Dr. Ali 5 günde bir, hemşire Zeynep 3 günde bir nöbet tutmaktadır. İkiisi birlikte ilk nöbetlerini Pazartesi günü tuttuklarına göre 8. nöbetlerini ..... günü tutarlar.

1.  $7^{2018}$  in 8 ile bölümünden kalan kaçtır?  
A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7
2.  $2018^{4k+3}$  ( $k \in \mathbb{N}^+$ ) sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?  
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
3.  $27^x \equiv 6 \pmod{7}$  denklemini sağlayan en büyük iki basamaklı x pozitif tamsayısı kaçtır?  
A) 95 B) 96 C) 97 D) 98 E) 99
4.  $(-497)^{693} \equiv x \pmod{10}$  denkleminde x in alabileceği en büyük x negatif tamsayısı kaçtır?  
A) -8 B) -7 C) -6 D) -5 E) -4
5.  $(123)^{23} + (678)^x \equiv 0 \pmod{5}$  denklemini sağlayan en küçük iki basamaklı x doğal sayısı kaçtır?  
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14
6.  $5^{18n+4}$  sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır? ( $n \in \mathbb{N}^+$ )  
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8
7.  $\mathbb{Z}/5$  te  $(-3)^{35} + (123)^{34} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-33} = x$  ise x kaçtır?  
A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

8.  $\mathbb{Z}/7$  kümesinde  $\overline{3x^2 + 4} = \overline{3}$  denklemini sağlayan x değerlerinin toplamının aynı kümedeki değeri kaçtır?  
A)  $\overline{0}$  B)  $\overline{2}$  C)  $\overline{3}$  D)  $\overline{5}$  E)  $\overline{6}$
9.  $2645^x + x \equiv -6 \pmod{10}$  denklemini sağlayan en küçük iki basamaklı pozitif tamsayısı kaçtır?  
A) 20 B) 19 C) 15 D) 12 E) 11
10.  $8^{(81)} + 8^{(82)} + 8^{(83)} + 8^{(84)}$  toplamının 6 ile bölümünden kalan kaçtır?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
11.  $\mathbb{Z}/6$  da tanımlı f ve g fonksiyonları için  $f(x) = \overline{5x + 1}$  ve  $(f^{-1} \circ g)(x) = \overline{3x + 4}$  ise g(x) nedir?  
A)  $\overline{2x + 3}$  B)  $\overline{3x + 2}$  C)  $\overline{3x + 3}$   
D)  $x + \overline{3}$  E)  $x + \overline{2}$
12. 5 günde bir nöbet tutan bir asker 1. nöbetini çarşamba günü tutmuşsa 15. nöbetini hangi gün tutar?  
A) Pazartesi B) Salı  
C) Çarşamba D) Perşembe  
E) Cuma
13.  $6 - 2x \equiv 4 - 5x \pmod{4}$  denklemini sağlayan en büyük x negatif tamsayısı kaçtır?  
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2



1.  $7^{2018} \equiv x \pmod{8}$  ve  $x < 8$  dir.

$$7 \equiv 7 \pmod{8}$$

$7^2 \equiv 1 \pmod{8}$  olduğundan 7 nin çift kuvvetlerinde kalan 1 dir.

**YANIT A**

2.  $2018 \equiv 3 \pmod{5}$  olduğundan soru  $3^{4k+3} \equiv x \pmod{5}$  şeklindedir.

$$3 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5} \text{ dir.}$$

$$3^{4k} \equiv 1 \text{ ve } 3^{4k+3} \equiv 2 \pmod{5}$$

**YANIT C**

3.  $27 \equiv 6 \pmod{7}$  olduğundan soru  $6^x \equiv 4 \pmod{7}$  şeklindedir.

$$6 \equiv 6 \pmod{7}$$

$$6^2 \equiv 1 \pmod{7} \text{ dir. O halde kalan 6 olduğundan}$$

$x = 2k + 1$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) şeklindedir. En büyük iki basamaklı pozitif tam sayı 99 dur.

**YANIT E**

4.  $-497 = 10(-50) + 3$  olduğundan

$$-497 \equiv 3 \pmod{10} \text{ dur. Soru}$$

$$3^{693} \equiv x \pmod{10} \text{ şeklindedir.}$$

$$3 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$3^3 \equiv 7 \pmod{10}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{10} \text{ Adım sayısı 4 dür.}$$

$$\begin{array}{r} 693 \quad 4 \\ - \quad \quad \quad \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{ olduğundan } 3^{693} \equiv 3 \pmod{10} \text{ bulunur.}$$

Yani  $3^{693}$  ün 10 ile bölümünden kalan 3 dür.

$x = 10k + 3$  şeklinde olup 13, 23, 33... veya -7, -17, -27... olabilir.

**YANIT B**

5.  $123 \equiv 3 \pmod{5}$  olduğundan

$$3^{23} \equiv x \pmod{5} \text{ ise}$$

$$3 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

Adım sayısı 4 olduğundan

$$\begin{array}{r} 23 \quad 4 \\ - \quad \quad \quad \\ \hline 3 \end{array} \quad \text{ ise}$$

$$3^3 \equiv 3^{23} \equiv 2 \pmod{5} \text{ O halde}$$

$$2 + 3^x \equiv 0 \pmod{5} \text{ denkleğindeki } x \text{ değerini bulalım.}$$

$$3^x \equiv -2 \pmod{5} \Rightarrow 3^x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x = 4k + 1 \text{ olup } k = 3 \text{ için } x = 13 \text{ bulunur.}$$

**YANIT D**

6.  $5 \equiv 5 \pmod{9}$

$$5^2 \equiv 7 \pmod{9}$$

$$5^3 \equiv 8 \pmod{9}$$

$$5^4 \equiv 4 \pmod{9}$$

$$5^5 \equiv 2 \pmod{9}$$

$$5^6 \equiv 1 \pmod{9}$$

Son satırdaki denkleğın her iki tarafının  $3n$ . kuvvetini alalım.

$$(5^6)^{3n} \equiv 1^{3n} \pmod{10} \Rightarrow 5^{18n} \equiv 1 \pmod{m}$$

$$5^4 \equiv 4 \text{ ile taraf tarafa çarpalım.}$$

$$5^{18n} \cdot 5^4 \equiv 1 \cdot 4 \pmod{9} \Rightarrow 5^{18n+4} \equiv 4 \pmod{9} \text{ bulunur.}$$

**YANIT B**

7.  $Z/5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$  kümesinde

$$-3 \equiv 2, \quad 123 \equiv 3 \text{ dür.}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-33} = \left(\frac{3}{2}\right)^{33} = \left(\frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 2}\right)^{33} = 9^{33} \text{ dür.}$$

Aynı kümede  $9 \equiv 4$  olduğundan sorumuz

$$2^{35} + 3^{34} + 4^{33} \equiv x \text{ şeklindedir.}$$

$$2 \equiv 2 \pmod{5} \quad 3 \equiv 3 \pmod{5}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{5} \quad 3^2 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$2^3 \equiv 3 \pmod{5} \quad 3^3 \equiv 2 \pmod{5}$$

$$2^4 \equiv 1 \pmod{5} \quad 3^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$\begin{array}{r} 35 \quad 4 \\ - \quad 8 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \quad 4 \\ - \quad 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$4 \equiv 4 \pmod{5}$$

$$4^2 \equiv 1 \quad \begin{array}{r} 33 \quad 2 \\ - \quad 16 \\ \hline 1 \end{array} \text{ olduğundan}$$

$$2^{35} \equiv 2^3 \equiv 3 \quad 3^{34} \equiv 3^2 \equiv 4, \quad 4^{33} \equiv 4 \text{ dür.}$$

$$\text{O halde } 3 + 4 + 4 \equiv x \Rightarrow x = 11 \text{ olur.}$$

$$11 \equiv 1 \pmod{5} \text{ olduğundan } x = 1 \text{ dir.}$$

**YANIT D**

8.  $3x^2 + 4 = 3$  ise

$$3x^2 + 4 + 3 = 3 + 3 \Rightarrow 3x^2 = 6 \text{ her iki tarafı 5 ile çarpalım.}$$

$$5 \cdot 3x^2 = 5 \cdot 6 \Rightarrow x^2 = 2 \text{ bulunur.}$$

O halde  $Z/7$  de 2 nin kareköklerini bulmak gerekir.

$$3^2 = 9 \equiv 2 \text{ olduğundan } \sqrt{2} = 3 \text{ ve}$$

$$4^2 = 16 \equiv 2 \text{ olduğundan } \sqrt{2} = 4 \text{ dür.}$$

$$3 + 4 = 7 \text{ dir. } Z/7 \text{ de } 7 \equiv 0 \text{ dir.}$$

**YANIT A**

9.  $2645 \equiv 5 \pmod{10}$  ve  $-6 \equiv 4 \pmod{10}$  olduğundan

$$5^x + x \equiv 4 \pmod{10} \text{ olur.}$$

$$5 \equiv 5 \pmod{10}$$

$$5^2 \equiv 5 \pmod{10} \text{ olduğundan 5 in tüm kuvvetlerinin}$$

10 ile bölümünden kalan 5 dir. (Birler basamağında

5 vardır. O halde

$$5 + x \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow x \equiv -1 \pmod{10}$$

$$x = 10k - 1 \text{ dir. } -11, -1, 9, 19, 29, \dots \text{ olabilir}$$

**YANIT B**

10.  $8^8 + 8^{82} + 8^{83} + 8^{84} \equiv x \pmod{6}$  ve  $x < 6$  dir.

$$8 \equiv 2 \pmod{6}$$

$$8^2 \equiv 4 \pmod{6}$$

$8^3 \equiv 2 \pmod{6}$  olduğundan 8 in tek kuvvetlerinin 6 ile bölümünden kalan 2, çift kuvvetlerinin 6 ile bölümünden kalan 4 dür. Sorudaki tüm kuvvetler çift olduğundan

$$4 + 4 + 4 + 4 \equiv x \pmod{6} \Rightarrow x = 16 \pmod{6}$$

$$x = 4 \text{ bulunur.}$$

**YANIT D**

11.  $(f^{-1} \circ g)(x) = \bar{3}x + \bar{4}$  ün soldan f ile bileşkesini alalım.

$$(f \circ f^{-1} \circ g)(x) = (\bar{5}x + \bar{1}) \circ (\bar{3}x + \bar{4})$$

$$g(x) = \bar{5}(\bar{3}x + \bar{4}) + \bar{1} \Rightarrow g(x) = \bar{15}x + \bar{21}$$

$$g(x) = \bar{3}x + \bar{3} \text{ bulunur.}$$

**YANIT C**

12. 15. nöbete kadar 14 tane 5 gün geçer.

$$\text{Yani } 14 \times 5 = 70 \text{ gün}$$

$$\begin{array}{r} 70 \quad 7 \\ - \quad 10 \\ \hline 0 \end{array} \text{ olduğundan 15. nöbeti yine çarşamba günü tutar.}$$

**YANIT C**

13.  $6 - 2x \equiv 4 - 5x \pmod{4}$  ise

$$3x \equiv -2 \pmod{4}$$

$$3x \equiv 2 \pmod{4}$$

her iki tarafı 3 ün  $\pmod{4}$  deki çarpmaya göre tersi olan 3 ile çarpalım.

$$9x \equiv 6 \pmod{4}$$

$$x \equiv 2 \pmod{4}$$

$$x = 4k + 2 \text{ olup}$$

$$k = -1 \text{ için } x = -2 \text{ bulunur.}$$

**YANIT E**

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $1272 \equiv 0 \pmod{3}$       B)  $10183 \equiv 3 \pmod{5}$   
C)  $28724 \equiv 5 \pmod{9}$       D)  $-13 \equiv 9 \pmod{11}$   
E)  $2186 \equiv 1 \pmod{7}$

2.  $A \equiv 2 \pmod{11}$  denliğini sağlayan en büyük iki basamaklı A doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 5      B) 7      C) 9      D) 11      E) 12

3.  $55 \equiv 5 \pmod{m}$  denliğini sağlayan, m nin alabileceği kaç farklı pozitif tamsayı değeri vardır? ( $m \neq 1$ )

- A) 6      B) 5      C) 4      D) 3      E) 2

4.  $9! \equiv x \pmod{7}$  denliğini sağlayan en küçük pozitif x tam sayısı kaçtır?

- A) 0      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

5.  $-43 \equiv x \pmod{7}$  denliğini sağlayan en küçük pozitif x tamsayı değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6

6.  $182 \equiv a \pmod{4}$

$$323 \equiv b \pmod{4}$$

$182 + 323 \equiv a \pmod{4}$  denliğinde a kaç olabilir?

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 2      E) 3

7.  $2^{241} \equiv x \pmod{5}$  denliğini sağlayan en küçük x doğal sayısı kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

8.  $3^{47}$  sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 5      D) 7      E) 9

9.  $2018^{18} \equiv x \pmod{7}$  denkleğini sağlayan  $x$  değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -8 B) -5 C) 1 D) 10 E) 20

10.  $2^{35} + 5^{42}$  toplamının 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11.  $3333^{33} + 8888^{5555} \equiv x \pmod{5}$  ise  $x$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -5 B) 1 C) 2 D) 8 E) 12

12.  $2000^{2001} + 2002^{2003}$  toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

13. Aşağıdakilerden hangisi  $Z/5$  kümesinde  $\bar{3}$  denklik sınıfına ait değildir?

- A) -7 B) 3 C) 7 D) 13 E) 18

14. Bir işyerinde yöneticiler 15 günde bir toplantı yapıyorlar. İlk toplantılarını Pazartesi günü yaptıklarına göre 15. toplantılarını hangi gün yaparlar?

- A) Pazartesi B) Salı  
C) Çarşamba D) Perşembe  
E) Cuma

15. Bir duvar saati 06:00 yı göstermektedir. 1786 saat sonra kaç gösterir?

- A) 08:00 B) 11:00 C) 12:00  
D) 13:00 E) 16:00

16. 5 günde bir nöbet tutan bir doktor ilk nöbetini Cuma günü tutarsa 41. nöbetini hangi gün tutar?

- A) Pazartesi B) Salı  
C) Çarşamba D) Perşembe  
E) Cuma

1.  $1997^{1998} \equiv 3 - x \pmod{7}$  denliğini sağlayan iki basamaklı en küçük  $x$  doğal sayısı kaçtır?  
A) 10 B) 11 C) 12 D) 15 E) 16
2.  $9^{14} + x \equiv 3 \pmod{7}$  denliğinde  $x$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8
3.  $Z/5$  kümesinde  $(-2)^{29} + (1617)^{51} \equiv x$  ise  $x$  kaçtır?  
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
4.  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4} \equiv x \pmod{7}$  ise  $x$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
5.  $1996^x + 1998^x \equiv 2 \pmod{10}$  denliğini sağlayan  $x$  değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
6.  $k \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere  $3^{4k+3} + (2002)^{98}$  toplamının birler basamağındaki rakam kaçtır?  
A) 0 B) 1 C) 3 D) 7 E) 8
7.  $k \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere  $(-2)^{4k+7} + 2^{20k+2} \equiv x \pmod{5}$  ise  $x$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
8.  $A \equiv 2 \pmod{5}$  ve  $B \equiv 3 \pmod{5}$  veriliyor.  $A^6 + B^8$  toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?  
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

9.  $3x + 2 \equiv 1 \pmod{5}$  denkleğini sağlayan iki basamaklı en büyük  $x$  doğal sayısı kaçtır?

- A) 91    B) 92    C) 93    D) 97    E) 98

10.  $6 - 3x \equiv 5 \pmod{7}$  denkleğini sağlayan  $x$  in en büyük negatif tamsayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -5    B) -4    C) -3    D) -2    E) -1

11.  $x - 2 \equiv 2x + 13 \pmod{7}$  denkleğini sağlayan en küçük pozitif  $x$  tamsayısı kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 5    E) 6

12.  $Z/7$  de  $f(x) = \bar{3}x + \bar{5}$  ise  $f^{-1}(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\bar{5}x + \bar{1}$     B)  $\bar{5}x + \bar{2}$     C)  $\bar{5}x + \bar{3}$   
D)  $\bar{5}x + \bar{4}$     E)  $\bar{5}x + \bar{5}$

13.  $f : Z/7 \rightarrow Z/7$  ye

$$f(x) = 2x + 5 \text{ ve}$$

$$f^{-1}(a) = 4 \text{ ise } a \text{ kaçtır?}$$

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

14. SINAVSINAVSINAV..... yazılımında baştan 218. harf aşağıdakilerden hangisidir?

- A) S    B) I    C) N    D) A    E) V

15. Bugünden itibaren (bugün dahil) 122. gün salı ise bugün hangi gündür?

- A) Cuma    B) Cumartesi    C) Pazar  
D) Pazartesi    E) Çarşamba

16. Bir günde 19 sefer yapan bir dolmuş, ilk seferini pazartesi günü yapıyor. 200. seferini hangi gün yapar?

- A) Pazartesi    B) Salı    C) Çarşamba  
D) Perşembe    E) Cuma

1. a ve b doğal sayılar olmak üzere,

$$4 \cdot a \equiv 2 \pmod{11}$$

$$4 \cdot b \equiv 5 \pmod{7}$$

denklikleri veriliyor.

Buna göre a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 7      B) 9      C) 11      D) 13      E) 15

2.  $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5$

ifadesinin 7 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4      B) 3      C) 2      D) 1      E) 0

3.  $2^{20} \cdot 3^{25}$

çarpımının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

4. n, 1'den büyük bir tam sayı ve

$$73 \equiv 3 \pmod{n}$$

$$107 \equiv 2 \pmod{n}$$

olduğuna göre, n'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 39      B) 41      C) 47      D) 51      E) 54

5. 
$$\left. \begin{array}{l} 2^a \cdot 3^b \equiv 0 \pmod{12} \\ 2^b \cdot 3^a \equiv 0 \pmod{27} \end{array} \right\}$$

denkliklerinin her ikisini de aynı anda sağlayan a ve b pozitif tam sayıları için a + b toplamı en az kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

# AKILLI HARİTAM

## DENKLEMLER

Doğrusal Denklem Sistemleri

İkinci Dereceye Dönüştürülen Denklemler

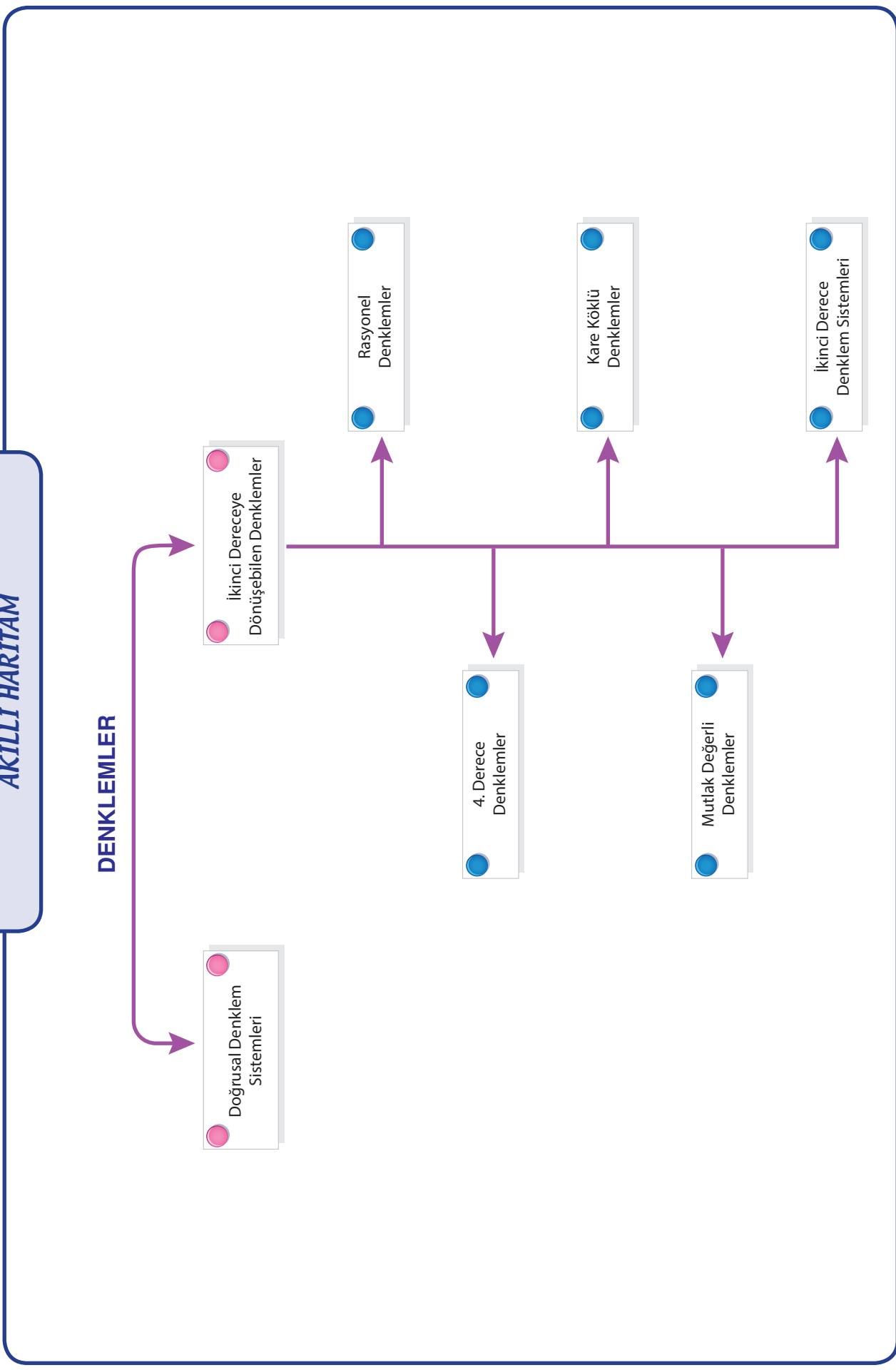
Rasyonel Denklemler

4. Derece Denklemler

Kare Köklü Denklemler

Mutlak Değerli Denklemler

İkinci Derece Denklemler Sistemleri





## 1. DOĞRUSAL DENKLEMLER SİSTEMLERİ

1. 1. Dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemlerini YGS kitabında incelemiştik. bu bölümde kısaca hatırlatarak üç bilinmeyenli denklemleri işleyeceğiz.

$$\left. \begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right\} \text{ eşitliklerine 1. dereceden 2 bilinmeyenli denklem sistemi denir.}$$

## TANIM

Denklem sisteminin çözüm şartları

1.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  ise sisteminin sonsuz çözümü vardır. Yani

$\forall x, y \in \mathbb{R}$  için çözüm vardır. Çünkü bu iki doğru çakışık, yani bir doğru vardır.

2.  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  ise sistemin çözümü  $\emptyset$  dir. Yani sistemi sağlayan x ve y değerleri mevcut değildir. Çünkü doğrular birbirine paraleldir.

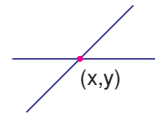
3.  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  ise sistemin tek çözümü vardır. Çünkü doğrular bir noktada kesişir.

## Bilgi Kutusu

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

denklem sistemini çözmek bu iki doğrunun kesim noktasının apsisini (x) ve ordinatını (y) bulmak demektir.



Bu durumda denklemi çözmek için **yok etme** veya yerine koyma yöntemi kullanılır.

Bilinmeyenlerden birinin katsayıları mutlak değerleri eşit, işaretleri ters hale getirilerek taraf, tarafa toplanırsa bir bilinmeyen yok edilir.

Bulunan değer denklemlerin herhangi birinde yerine konarak diğeri bulunur.

## Örnek

$$2x + y - 2 = 0$$

$-4x - 2y + 4 = 0$  denklem sisteminde  $\frac{2}{-4} = \frac{1}{-2} = \frac{-2}{4}$  olduğundan sistemin sonsuz çözümü vardır.

## Örnek

$$5x - y + 3 = 0$$

$x - \frac{1}{5}y + 2 = 0$  denklem sisteminde  $\frac{5}{1} = \frac{-1}{-1} \neq \frac{3}{2}$  olduğundan sistemin çözümü yoktur.

## Örnek

$$2x - y - 1 = 0$$

$-x + 2y + 5 = 0$  denklem sisteminde  $\frac{2}{-1} \neq \frac{-1}{2}$  olduğundan denklemin tek çözümü vardır ve  $x = -1, y = -3$  dür.

Yani doğrular  $(-1, -3)$  noktasında kesişir.

2. 3 bilinmeyenli denklemler

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

denklem sisteminde  $d_1, d_2, d_3$  sayılarından en az biri sıfırdan farklıysa yok etme veya yerine koyma yöntemiyle çözülebilir.

## Örnek

$$5a + b + 8c = 4 \text{ ve}$$

$$2a - 2b + 5c = 1 \text{ ise}$$

**a + b + c toplamı kaçtır?**

## Çözüm

$$5a + b + 8c = 4$$

$$2a - 2b + 5c = 1$$

sisteminde 2. denklemi  $(-1)$  ile çarpalım ve taraf tarafa toplayalım. (Amaç a, b, c nin katsayılarını eşit hale getirmek)

$$5a + b + 8c = 4$$

$$-2a + 2b - 5c = -1$$

$$3a + 3b + 3c = 3 \Rightarrow a + b + c = 1 \text{ bulunur.}$$

## Örnek

$$a + b + c = 0$$

$$2a - b - c = 3$$

$a + 2b + 3c = -4$  denklem sisteminde **b kaçtır?**

## Çözüm

1. denklemden c yi çekip diğer denklemlerde yerine yazalım.

$$a + b + c = 0 \Rightarrow c = -a - b$$

$$2a - b + a + b = 3 \quad \left. \begin{array}{l} 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \\ -2a - b = -4 \Rightarrow -2 - b = -4 \end{array} \right\}$$

$$a + 2b - 3a - 3b = -4 \quad \left. \begin{array}{l} 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \\ -2a - b = -4 \Rightarrow -2 - b = -4 \end{array} \right\}$$

$$b = 2 \text{ bulunur.}$$

## Örnek

$$a - 2b + c = 11$$

$$a - 3b + 2c = 7 \text{ ve}$$

$$2b + c = 2 \text{ ise}$$

**a + b + c toplamı kaçtır?**

## Çözüm

2. denklemi  $(-1)$  ile çarpıp üç denkleme taraf, tarafa toplayalım.

$$a - 2b + c = 11$$

$$-a + 3b - 2c = -7$$

$$2b + c = 2$$

$\Rightarrow 3b = 6 \Rightarrow b = 2$  dir.  
bu değeri 3. denkleme yerine yazalım.

$$4 + c = 2 \Rightarrow c = -2 \text{ bulunur. } b \text{ ve } c \text{ nin değerlerinde}$$

1. denkleme de yerine yazalım.

$$a - 4 - 2 = 11 \Rightarrow a = 17 \text{ bulunur.}$$

$$a + b + c = 17 \text{ dir.}$$

## Etkinlik 4

Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1)  $x - y + 2z = 3$

$3x + y + 2z = 1$  denklem sistemini sağlayan  $x, y, z$  değerleri için  $x + z = \dots\dots\dots$  dir.

2)  $x - y - 2z = -5$

$2x - 2y - 3z = 4$  denklem sistemini sağlayan  $z = \dots\dots\dots$  dir.

3)  $x - 2y + 3z = 4$

$$x + y + z = 4$$

$2x + 8y - 2z = 3$  olduğuna göre  $x + y + z = \dots\dots\dots$  dir.

4)  $x - y + 3z = -1$

$$x + 2y - z = 5$$

$2x + y + 3z = 2$  olduğuna göre  $z = \dots\dots\dots$  dir.

5)  $x - y = -3$

$$2y - z = 6$$

$x - 2z = 3$  denklem sistemini sağlayan  $x = \dots\dots\dots$ ,  $y = \dots\dots\dots$ ,  $z = \dots\dots\dots$  dir.

## II. İKİNCİ DERECEYE DÖNÜŞEBİLEN DENKLEMLER VE DENKLEM SİSTEMLERİ

## 1. Polinom ve Rasyonel Denklemler

Bu bölümde polinomların çarpımı veya bölümü şeklinde denklemlere yer verilecektir.

$P(x) \cdot Q(x) = 0 \Leftrightarrow P(x) = 0 \vee Q(x) = 0$  olmalıdır.

$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \Leftrightarrow P(x) = 0 \wedge Q(x) \neq 0$  olmalıdır.

## Örnek

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi nedir?

## Çözüm

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$  ise  
 $x^2(x + 2) - (x + 2) = 0 \quad (x + 2)(x^2 - 1) = 0$   
 $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \vee x^2 - 1 = 0 \quad x = -1, x = 1$  dir.  
 $\text{Ç.K} = \{-2, -1, 1\}$  bulunur.

## Örnek

$$\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 6x + 5} = 0$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

## Çözüm

$x^2 - 2x - 15 = 0$  ve  $x^2 - 6x + 5 \neq 0$  olmalıdır.  
 $x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 5$  ve  $x_2 = -3$  dür.  
 $x^2 - 6x + 5 \neq 0 \Rightarrow x_1 \neq 5$  ve  $x_2 \neq 1$  dir.  
 O halde  $\text{Ç.K} = \{-3\}$  bulunur.

## Kendini Dene

$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## 2. Değişken değiştirerek ikinci dereceye dönüştürülebilen denklemler.

## Örnek

$$\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 - \left(2x - \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

## Çözüm

$$\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2 - \left(2x - \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$$

denkleminde  $2x - \frac{1}{x} = t$  dersek

$$t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ ve } t = -1 \text{ olur.}$$

$$2x - \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \text{kökler toplamı}$$

$$x_1 + x_2 = 1 \text{ dir.}$$

$$2x - \frac{1}{x} = -1 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \text{kökler toplamı}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} \text{ dir. O halde esas denklemin kökler}$$

$$\text{toplamı} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

## Bilgi Kutusu

Tek dereceli terimi olmayan 4. derece denklemlerde;  $x^2 = t$  dönüşümü yapılarak 2. dereceye dönüştürülür.

## Örnek

$$a^4 - 14a^2 - 32 = 0$$

denkleminin reel sayılarda çözüm kümesini bulunuz?

## Çözüm

$a^2 = t$  dönüşümü yapalım.  $a^4 = t^2$  olduğundan  $t^2 - 14t - 32 = 0$  olur.

$(t - 16)(t + 2) = 0 \Rightarrow t_1 = 16, t_2 = -2$  dir. Yaptığımız dönüşümde yazarsak

$$a^2 = 16 \Rightarrow a_1 = 4, a_2 = -4 \text{ (reel kökler)}$$

$$a^2 = -2 \Rightarrow \text{kökler reel değildir.}$$

O halde reel sayılarda çözüm kümesi  $\{-4, 4\}$  bulunur.

## Kendini Dene

$$x^4 - x^2 - 6 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## Örnek

$$g^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## Çözüm

$9^x - 30 \cdot 3^x + 81 = 0$  denkleminde  $3^x = t$  dersek  $t^2 - 30t + 81 = 0$  elde edilir.

Bu denklemin kökleri  $t_1 = 3$  ve  $t_2 = 27$  dir. O halde  $3^x = 3 \Rightarrow x_1 = 1$  ve  $3^x = 27$  ise  $x_2 = 3$  bulunur.

## Kendini Dene

$$4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - 16 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## 3. Kareköklü Denklemler

## UYARI

Kareköklü denklemlerde; karekök yalnız bırakılarak her iki tarafın karesi alınırsa 2. dereceye dönüşür. Bulunan değerler denkleme yerine konarak denklemin sağlanıp sağlanmadıkları kontrol edilmelidir. Çünkü kareköklü denklemlerde **YALANCI KÖKLER** olabilir.

## Örnek

$$2x - 1 = \sqrt{x+7}$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## Çözüm

$2x - 1 = \sqrt{x+7}$  eşitliğinin her iki tarafının karesini alalım.

$$(2x - 1)^2 = (\sqrt{x+7})^2 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x + 7 \Rightarrow$$

$$4x^2 - 5x - 6 = 0 \text{ denkleminde } \Delta = 121 \text{ dir.}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 11}{8} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ ve } x_2 = -\frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Ancak  $x_2 = -\frac{3}{4}$  denklemini sağlamaz.

(Yalancı kök) O halde  $\text{Ç.K} = \{2\}$  dir.

## Kendini Dene

$$\sqrt{2x+5} - x = 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## 4. Mutlak değerli denklemler

YGS kitabında mutlak değerli temel denklemin çözümünü görmüştük. Bu bölümde 2. dereceye dönüştürülerek çözülebilen tiplerine yer vereceğiz.

## Örnek

$$x^2 + |x - 1| - 1 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulalım.

## Çözüm

$x - 1 \geq 0$  ise  $x^2 + x - 1 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$  denkleminin kökleri

$x_1 = -2$  ve  $x_2 = 1$  dir. Ancak  $x = -2$  denklemini sağlamaz.

$x - 1 < 0$  ise  $x^2 - x + 1 - 1 = 0 \Rightarrow$

$$x^2 - x = 0 \quad x = 0 \text{ ve } x = 1 \text{ bulunur.}$$

$\text{Ç.K} = \{0, 1\}$  bulunur.

## Kendini Dene

$$|x + 1| = |3x - 1|$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

## 5. İkinci Derece, İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

## Bilgi Kutusu

Denklemlerin ikisinde ikinci derece ise yok etme, biri ikinci derece diğeri değilse yerine koyma yöntemi kullanılır.

## Örnek

$$x^2 - 2y^2 = -7$$

$$x^2 + y^2 = 5$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

## Çözüm

2. denklemi 2 ile çarpalım.

$$x^2 - 2y^2 = -7 \quad 3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1$$

$$2x^2 + 2y^2 = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \text{ ve } x = -1 \text{ dir.}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 2 \vee -2 \text{ ve } x = -1 \Rightarrow y = 2 \vee -2 \text{ dir.}$$

$$\text{Ç.K} = \{(1, 2) (1, -2) (-1, 2) (-1, -2)\} \text{ dir.}$$

## Örnek

$$2x^2 + y^2 = 9$$

$$x - y = 1$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

## Çözüm

2. denklemden y'yi çekip 1. denklemde yerine koyalım.

$$x - y = 1 \Rightarrow y = x - 1 \text{ ve } 2x^2 + (x - 1)^2 = 9$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (3x + 4)(x - 2) = 0 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ ve } x = 2 \text{ bulunur.}$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ ise } y = -\frac{7}{3} \text{ ve } x = 2 \quad y = 1 \text{ dir.}$$

$$\text{Ç.K} = \left\{ \left( -\frac{4}{3}, -\frac{7}{3} \right) (2, 1) \right\} \text{ dir.}$$

1.  $3x - y + 6z = 5$  ve  
 $x - 2z + y = 19$  ise  
 $3x + y$  kaçtır?

A) 15      B) 19      C) 25      D) 28      E) 31

2.  $x + y + z = -8$   
 $2x - y + z = -9$   
 $x - 3y - 4z = 5$

denklemleri sağlayan  $x$  değeri kaçtır?

A) -5      B) -2      C) 1      D) 3      E) 7

3.  $2x + y - 5z = 1$   
 $x - y + 4z = 2$   
 $3x - y - z = 4$

denklemleri sağlayan  $z$  değeri kaçtır?

A) -4      B) -1      C) 0      D) 3      E) 4

4.  $(x^2 + 1)(2x^2 - 8) = 0$

denkleminin gerçekte sayılardaki çözümü nedir?

A)  $\{-2, 2\}$       B)  $\{-1, 2\}$       C)  $\{-1, -2\}$   
D)  $\{1, 2\}$       E)  $\{2\}$

5.  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

denkleminin kökleri kaçtır?

A) -2, 1, 3      B) -2, 2, 3      C) 1, 2, 3  
D) -1, -2, 2      E) -1, -2, 3

6.  $\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x+2} = \frac{1}{2}$

denkleminin kökleri kaçtır?

A) -1,4      B) 2,4      C) -2,1  
D) -1, 2      E) -1,-4

7.  $(x^2 - 4)^2 - 5(x^2 - 4) - 6 = 0$

denkleminin kökleri kaçtır?

A)  $\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}$       B)  $\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{6}$       C) 6, -1  
D) 3, -2      E)  $\pm\sqrt{10}, \pm\sqrt{3}$